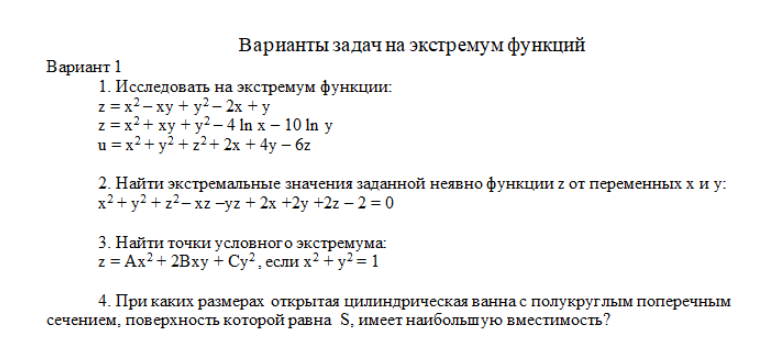
Абдулзагиров Мурад АДБ-17-11

Вариант 1   
  
  
  
№1. Исследовать на экстремум функции:

а)   
  
1) Найдём частные производные первого порядка:  
2) Составим систему уравнений:   
 ;

3) Решаем систему уравнений и находим стационарные точки:

Мы получили стационую точку: .  
   
4) Находим , , и вычисляем значение в каждой стационарной точке:

Вычисляем значение в точке :

, так как , то исследуемая точка является точкой минимума.

5) Находим максимум функции , подставляя в заданную функции координаты точки :  
 точка максимума; .  
б)   
  
1) Найдём частные производные первого порядка:

2) Составим систему уравнений:   
  
 ;

Вычитанием верхнего уравнения их нижнего, получим

составим систему уравнений:

2) Решаем систему уравнений и находим стационарные точки:

Получаем стационарную точку   
  
3) Находим все частные производные второго порядка, вычисляем их в точке и составляем матрицу Гессе:

Частные производные равны константами, а значит, они равны соответствующим константам и в точке . Составим матрицу Гессе:

4) Вычисляем угловые миноры:  
  
 , ,

Так как , то в точке   
функция достигает минимума.  
  
5) Вычислим значение функции в точке

точка максимума, .

*№2. Найти экстремальные значения заданной неявно функции от переменных :*  
  
   
  
1)Из выведенной ниже системы находим стационарные точки и значения функции:

3) Решаем систему уравнений и находим стационарные точки:

Получаем стационарную точку

Матрица Гессе:

5.1)   
  
5.2)

5.3)

Так как , то в точке   
функция   
 достигает минимума.

Проверим, соответствуют ли стационарные точки условию :

*№3. Найти точки условного экстремума:*  
  
   
  
Обозначив составим функцию Лагранжа:

частные производные первого порядка:   
  
Запишем систему уравнений для определения стационарных точек функции Лагранжа:   
  
   
  
Из уравнения (3) видно, что существует два возможных решения уравнения:  
   
из уравнения (а) получаем   
из уравнения (б) получаем   
  
Подставляя возможные сочетания в уравнения (1) и (2), находим стационарные точки:  
  
при

(1):

при

(1):   
  
  
при

(1):

при

(1):   
  
при

(1):   
  
при

(1):   
  
при

(1):   
  
при

(1):

Таким образом, получаем 4 стационарные точки:

Находим второй дифференциал функции Лагранжа:

Так как , то  
  
Тогда второй дифференциал функции Лагранжа:  
Подставляем значения координаты стационарных точек и , получаем:

1) :  
  
так как то функция имеет в точке условный   
  
минимум   
   
2) :  
  
так как то функция имеет в точке условный   
минимум

:

так как то функция имеет в точке условный   
  
максимум   
  
4) :

так как то функция имеет в точке   
условный максимум

Ответ: в точках функция имеет условный минимум   
   
 , а в точках и функция имеет условный   
  
максимум   
  
  
  
№4. При каких размерах открытая цилиндрическая ванна с полукруглым поперечным сечением, поверхность которой равна S, имеет наибольшую вместимость.  
  
Ванна является половинкой цилиндра

Вводим две независимые переменные :

R - радиус полукруга, h- высота.

Запишите через R и Н поверхность S, выразите Н через R и подставьте в формулу для объема V (учитывая, что у нас половинка цилиндра)

Далее решаете задачу методами дифф. исчисления (с помощью производной)

Объём полуцилиндра:

;

;

значит, достигает максимума в точке ;

Длина ванны при этом равна:

= ;

Максимальный объем при этом равен: